

1 4枚の硬貨と1個のさいころを同時に投げて、表が出た硬貨の枚数を  $a$ 、裏が出た硬貨の枚数を  $c$ 、さいころの出た目を  $b$  とする。これらの値に対して不等式  $ax^2 + bx + c \leq 0 \dots\dots ①$  を考える。

(1) ①の解が  $-1 \leq x \leq -\frac{1}{3} \dots\dots ②$  になるのは  $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$  のときである。よって①の解が②になる確率は  $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$  である。

(2)  $k$  を定数とする。①の解が  $x = k$  になる確率は  $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$  であり、このとき、 $k = \boxed{\text{コサ}}$  である。

(3) ①の解がない確率は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$  である。

(4) ①の解が  $x = -3$  を含む確率は  $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$  である。

2 下の  $\boxed{\text{ヘ}}$ 、 $\boxed{\text{ホ}}$  には、次の③、④のうちから当てはまるものを1つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\textcircled{3} > \quad \textcircled{4} <$$

$PO = OA = 1$  の直角二等辺三角形  $POA$  がある。線分  $OA$  を  $2:1$  に外分する点を  $B$ 、線分  $OB$  を  $3:1$  に外分する点を  $C$  とする。 $\angle APB = \alpha$ 、 $\angle BPC = \beta$  とすると、

$$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}, \quad \cos \beta = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}} \quad \text{であり、} \quad \cos 2\beta = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}} \quad \text{である。}$$

このとき、 $\cos \alpha \boxed{\text{ヘ}} \cos 2\beta$  であるから、 $\alpha \boxed{\text{ホ}} 2\beta$  であることがわかる。次に線分  $AC$

$$\text{上に点 } Q \text{ を } \angle APQ = 2\beta \text{ となるようにとると、} \quad \tan \angle OPQ = \tan \left( \frac{\pi}{4} + 2\beta \right) = \frac{\boxed{\text{マミ}}}{\boxed{\text{ムメ}}}$$

ので、 $QB = \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤユ}}}$  である。

3 曲線  $C: y = 2e^{-3x}$  を考える。初項 0 の数列  $\{a_n\}$  に対して、点  $A_n$  は  $x$  座標が  $a_n$  である  $x$  軸上の点とし、点  $B_n$  は  $x$  座標が  $a_n$  である  $C$  上の点とする。さらに、 $C$  上の点  $B_n$  における接線が点  $A_{n+1}$  を通るとする。 $a_{n+1} - a_n = \frac{\text{㉟}}{\text{㉠}}$  となるので、 $a_n = \frac{n - \text{㉡}}{\text{㉢}}$  である。次に、点  $A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_n, B_n, A_{n+1}$  を順に結んでできる折れ線と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_n$  とし、 $x$  軸、 $y$  軸、線分  $A_{n+1}B_{n+1}$  および  $C$  で囲まれた部分の面積を  $T_n$  とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{e}{\text{㉣}(e - \text{㉤})}$  である。また、 $\frac{T_n}{S_n} = \text{㉦} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$  である。

4 2 つの曲線  $C_1: y = \sqrt{10x}$ ,  $C_2: y^2 + 2x - 6y = 0$  を考える。 $C_2$  は点  $P(\text{㉧}, \text{㉨})$  を焦点とする放物線である。 $C_1$  と  $C_2$  の交点は原点  $O$  と点  $Q\left(\frac{\text{㉩}}{\text{㉪}}, \text{㉫}\right)$  である。2 点  $P, Q$  を通る直線の方程式は  $\text{㉬}x + \text{㉭}y - 25 = 0$  であり、三角形  $OPQ$  の面積は  $\frac{\text{㉮}}{\text{㉯}}$  である。また、線分  $OQ$  と  $C_1$  で囲まれた部分を  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は  $\frac{\text{㉰}}{\text{㉱}}\pi$  である。